Approche des décimaux au cycle 3
Une fiche outil engageant la réflexion sur l'approche conceptuelle des nombres décimaux

Le TRAVAIL PRESENTE SE SITUE AU NIVEAU CM1

L'apport de la recherche-action

[1]L'écriture d'un nombre décimal doit être abordée comme une *écriture différente* des fractions, soit, une écriture équivalente des mêmes nombres.

Il faut éviter le piège pédagogique qui consiste à donner aux élèves des trucs et astuces qui, s'ils permettent une plus ou moins juste manipulation des décimaux en termes d'écriture (à virgules), néanmoins, ne permettent pas à l'enseignant, de s'assurer d'une compréhension mathématique de ce qu'est un nombre décimal.

ATTENTION AUX MAUVAISES HABITUDES

è « Pour comparer deux décimaux, on écrit des zéros à droite de la virgule jusqu'à ce qu'il ait le même nombre de chiffres après la virgule ».

La « règle », ainsi posée permet de comparer 1,015 et 1,05,
Mais, l'élève a-t-il compris l'intérêt numérique de l'écriture, a-t-il associé cette règle à un outil permettant de comparer des centièmes et des millièmes ?

è « Pour diviser un nombre par cent, je décale la virgule de 2 rangs vers la gauche ». ***L'élève n'a pas besoin connaissance sur les nombres décimaux ; le lien entre les apprentissages n'est pas lisible dans cette affirmation, il s'agit d'un codage d'écriture et non d'une règle de calcul.***

Quatre significations/interprétations sont identifiables dans une même fraction :

Ø La proportion,
Ø Le rapport,
Ø La partition de la pluralité,
Ø Le fractionnement de l'unité.

L'appropriation des deux premiers sens ne constitue pas un objectif d'enseignement à prioriser au cours moyen.
L'enseignant doit viser l'appropriation de l'équivalence suivante :

3 partagé en 4 (division – partition de la pluralité), c'est aussi 3 quarts
Partager 3 tartes en 4 parts égales, c'est en fait comme prendre les 3 fois un quart de cette même tarte.

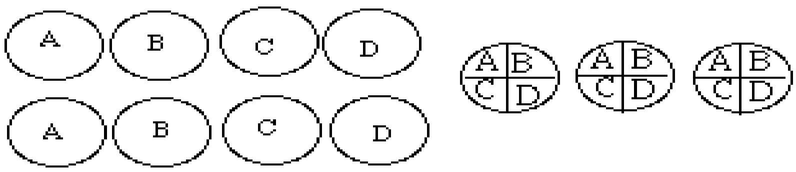
L'équivalence ne fait pas partie d'un raisonnement spontané chez l'élève de cycle 3. Il va être capable de mobiliser ce concept d'équivalence seulement pour les fractions unitaires où 1/2 vaut un demi, 1/3 un tiers…
Ces fractions permettent d'approcher la mesure d'une grandeur continue quelconque.
(cf. utilisation de la roulette des centièmes et de la règle des millièmes).
Les décimaux écrits avec une virgule sont des nombres à manipuler comme des nombres entiers (exemple de la multiplication).
D'un point de vue mathématique, c'est la notion de fraction qu'il faut enseigner.
L'écriture à virgule des décimaux est une conquête récente de l'humanité[2].

[1] D'après Rémi Brissiaud
[2] Renaissance.

Les élèves n'ont pas les capacités de comprendre l'écriture décimale et de l'associer à une écriture mathématique Il est important que les élèves aient compris et manipulé les fractions décimales avant de travailler l'écriture décimale.

Comment aborder la fraction, quel sens mathématiques privilégier ?
Le contexte de partition de la pluralité.

Le partage de 3 pizzas entre 4 personnes notées A, B, C et D conduit le plus souvent au schéma suivant :



L'écriture introduite pour rendre compte du partage des 11 pizzas est la suivante : 11/4 = 2 + 3/4

Elle se lit "***11 divisé par 4 est égal à 2*** et il reste 3, lui-même divisé par 4".
2 est le quotient de la division euclidienne

L'acte d'enseignement va se centrer sur le sens mathématique de *11 divisé par 4* dans une situation de division (11/4), ensuite, l'apprentissage se situera dans le fractionnement de l'unité.

11 : 4 évoque la pluralité d'unités alors que 11/4 évoque une pluralité de quarts d'unités.

Ce choix de démarche pédagogique a l'intérêt d'apporter deux aides complémentaires à la conceptualisation des nombres décimaux

- Ø Appropriation de l'équivalence fondamentale qui fonde la notion de fraction
- Ø Compréhension que les décimaux permettent d'approcher d'aussi près que l'on veut la mesure d'une grandeur continue.

UNE DEMARCHE PROPOSEE (toujours d'après BRISSIAUD)

Première étape a/b est défini comme « a divisé par b » avec a>b
Il s'agit de travailler la partition de la pluralité

7 verres de jus d'orange à partager entre 3 enfants

Lors de cette phase, il convient de faire oraliser des écritures du type
3/4 en « 3 divisé par 4 » et non 3 quarts.

Deuxième étape : « 3 partagé en 4 » c'est « 3 quarts »
L'objectif est que les élèves s'approprient l'équivalence entre la partition de la pluralité et le fractionnement de l'unité.

Partage de 3 pizzas entre 4 personnes

Dans la première étape, les élèves peuvent partager chacune des pizzas alors que dans la deuxième, ce ne sera plus possible ; la situation pourrait être présentée comme si :

« Une seule des pizzas est sortie du four et il faut prélever sa part sans toucher à celles des autres »

Attention, ces situations mettent en évidence qu'un problème relevant de partition de la pluralité peut se résoudre par fractionnement de l'unité.

Troisième étape : équivalences d'écritures et comparaison de fractions

Travail du fractionnement de l'unité.

Quelle est la valeur totale de 3 fois un quart d'une unité?

L'enseignant devrait solliciter une schématisation.
Cette étape correspond à un travail sur les équivalence d'écritures (1/2=5/10...) et les comparaisons de fractions (comparer 1/2 et 4/10).

L'équivalence 3/10=3/100 justifie qu'on puisse écrire des zéros à droite des chiffres après la virgule dans 0,30.

Pour Brissiaud, l'enseignant peut choisir :

- d'enseigner la règle de réduction au même dénominateur dans sa plus grande généralité (« on ne change pas la valeur d'une fraction quand on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre »),
  <u>Puis</u> de faire appliquer la règle sur des cas particuliers comme 3/10 = ?/100 ;
- d'enseigner les équivalences qui « sont au programme » en s'appuyant sur une représentation imagée, sans se soucier de savoir si les enfants abstraient ou non la règle générale. La compensation est difficile à comprendre pour des élèves de cycle 3.

Quatrième étape : 155 tiers, c'est aussi 155 divisé par 3

Dans la deuxième étape, nous avions vu qu'une situation relevant de la partition de la pluralité peut être résolue par un fractionnement de l'unité.
Il s'agit, dans cette quatrième étape, de travailler sur le geste mental inverse ; soit de prendre conscience qu'un problème concernant le fractionnement de l'unité peut se résoudre aussi, par une partition de la pluralité, soit, en faisant une division.

La situation donnée à l'élève fait qu'il dispose de 155 tiers,
Or à chaque fois qu'il a 3 tiers, il a une unité.
Il convient de l'amener à chercher « en 155 tiers combien de fois 3 tiers ? ».
les compétences mobilisées sont celles de la division euclidienne.

Une situation d'apprentissage surle travail des équivalences d'écritures

1. Les apports de Brissiaud
Il convient de travailler *les équivalences d'écritures* et de sortir des *unités de mesures conventionnelles* afin de favoriser l'appropriation de fractionnement.

Objectif d'enseignement

Permettre l'appropriation de l'écriture décimale en l'abordant en termes d'écriture équivalente. Les nombres avec virgule sont envisagés comme un changement de *notation*.

Il est important que les élèves construisent une image du fractionnement de l'unité en dehors des représentations déjà rencontrées (mais pas forcément une image construite – soit millimètre…) ; pour cela, la variété des supports d'apprentissage est importante,
Il convient d'amener l'élève à traduire les unités approchées *mm, cm, dm* dans un vocabulaire nouveau (*1/10, 1/100, l'unité...).*

L'élève va créer sa propre unité, prenons un exemple,
Si le stylo est le dixième, il est facile de faire créer une échelle égale à 1 en reportant 10 fois la longueur du stylo. Il convient alors, de faire apparaître les fractions 'simples' de l'unité (1/2, 1/4, 1/3) dans une appellation associée au langage courant: un demi, un quart, un tiers au lieu de : un deuxième, un quatrième et un troisième. Sur une échelle, qui peut prendre la forme d'une bande de papier, les élèves placeront 1/10, 2/10, 3/10... Ils devront écrire d'un côté les fractions, de l'autre, les décimaux (0,1 ; 0,2 ; 0,3).

Utilisation du support « roulette des centièmes » (cf. doc. annexes)
En utilisant le disque l'élève va passer d'une représentation linéaire (suite numérique) à une autre ; l'unité correspond à un tour de roue et chaque graduation correspond à un centième ; l'élève peut aller plus loin dans l'écriture des chiffres après la virgule (centièmes)

Les écritures à virgule et fractionnaires engendrent des questionnements tels que :

Qu'y a-t-il entre 6/10 et 7/10 ? 61/100, 62/100 ou encore
Qu'y a-t-il entre 0,6 et 0,7 ? 0,61 ; 0,62

Des prolongements possibles (CM2) : les millièmes. (cf. programmes)

Pour rappel : ce sont les fractions qui permettent d'approcher la mesure d'une grandeur continue quelconque. Le support proposé en annexe permet de placer des fractions et des nombres décimaux entre 0 et 1. (Chaque graduation y représente un millième). Les élèves placent fractions et nombres décimaux, en suivant le même principe quels que soient les supports d'apprentissage et d'entraînement proposés, varier les supports permet la remobilisation des acquis.

Qu'y a-t-il entre 61/100 et 62/100 ?

La parole de l'enseignant doit accompagne l'apprentissage dans l'énoncé des nombres à virgule et l'écriture de ses nombres.
Il précise systématiquement le sens des dixièmes et les centièmes (millièmes)et permet ainsi le lien entre les écritures décimales et fractionnelles.

67:100 = 67/100 = 0,67, c'est 67 centièmes.